绝密☆启用前　试卷类型：**A**

2022年普通高等学校招生全国统一考试（新高考全国Ⅰ卷）数学 参考答案

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.D　2. D　3. B　4. C　5. D　6. A　7. C　8. C

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9. ABD　10. AC　11. BCD　12. BC

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13. -28

14. $y=-\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$ 或 $y=\frac{7}{24}x-\frac{25}{24}$ 或 $x=-1$

15. $(-\infty,-4)\cup(0,+\infty)$

16. 13

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（1）$a_n=\frac{n(n+1)}{2}$

（2）$\frac{1}{a_n}=\frac{2}{n(n+1)}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$,

$$\therefore \frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}=2\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\right]=2\left(1-\frac{1}{n+1}\right)<2$$

18.（1）$\frac{\pi}{6}$；

（2）$4\sqrt{2}-5$．

19.（1）$\sqrt{2}$

（2）$\frac{\sqrt{3}}{2}$

20. （1）由已知$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\dfrac{200(40\times90-60\times10)^2}{50\times150\times100\times100}=24$，

又$P(K^2\geq6.635)$=0.01，$24>6.635$，

所以有99%的把握认为患该疾病群体与未患该疾病群体的卫生习惯有差异.

（2）（i）因为$R=\dfrac{P(B|A)}{P(\bar{B}|A)}\cdot\dfrac{P(\bar{B}|\bar{A})}{P(B|\bar{A})}=\dfrac{P(AB)}{P(A)}\cdot\dfrac{P(A)}{P(A\bar{B})}\cdot\dfrac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{A})}\cdot\dfrac{P(\bar{A})}{P(\bar{A}B)}$，

所以$R=\dfrac{P(AB)}{P(B)}\cdot\dfrac{P(B)}{P(\bar{A}B)}\cdot\dfrac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})}\cdot\dfrac{P(\bar{B})}{P(A\bar{B})}$

所以$R=\dfrac{P(A|B)}{P(\bar{A}|B)}\cdot\dfrac{P(\bar{A}|\bar{B})}{P(A|\bar{B})}$；

(ii) $R=6$；

21.（1）-1；

（2）$\dfrac{16\sqrt{2}}{9}$.

22.（1）$a=1$

（2）由（1）可得$f(x)=\mathrm{e}^x-x$和$g(x)=x-\ln x$的最小值为$1-\ln1=1-\ln\dfrac{1}{1}=1$.

当$b>1$时，考虑$\mathrm{e}^x-x=b$的解的个数、$x-\ln x=b$的解的个数.

设$S(x)=\mathrm{e}^x-x-b$，$S'(x)=\mathrm{e}^x-1$，

当$x<0$时，$S'(x)<0$，当$x>0$时，$S'(x)>0$，

故$S(x)$在$(-\infty,0)$上为减函数，在$(0,+\infty)$上为增函数，

所以$S(x)_{\min}=S(0)=1-b<0$，

而$S(-b)=\mathrm{e}^{-b}>0$，$S(b)=\mathrm{e}^b-2b$，

设$u(b)=\mathrm{e}^b-2b$，其中$b>1$，则$u'(b)=\mathrm{e}^b-2>0$，

故$u(b)$在$(1,+\infty)$上为增函数，故$u(b)>u(1)=\mathrm{e}-2>0$，

故$S(b)>0$，故$S(x)=\mathrm{e}^x-x-b$有两个不同的零点，即$\mathrm{e}^x-x=b$的解的个数为2.

设$T(x)=x-\ln x-b$，$T'(x)=\dfrac{x-1}{x}$，

当$0<x<1$时，$T¢(x)<0$，当$x>1$时，$T'(x)>0$，

故$T(x)$在$(0,1)$上为减函数，在$(1,+\infty)$上为增函数，

所以$T\left(x\right)_{\min}=T\left(1\right)=1-b<0$，

而$T\left(\mathrm{e}^{-b}\right)=\mathrm{e}^{-b}>0$，$T\left(\mathrm{e}^{b}\right)=\mathrm{e}^{b}-2b>0$，

$T\left(x\right)=x-\ln x-b$有两个不同的零点即$x-\ln x=b$的解的个数为2.

当$b=1$，由（1）讨论可得$x-\ln x=b$、$\mathrm{e}^{x}-x=b$仅有一个零点，

当$b<1$时，由（1）讨论可得$x-\ln x=b$、$\mathrm{e}^{x}-x=b$均无零点，

故若存在直线$y=b$与曲线$y=f\left(x\right)$、$y=g\left(x\right)$有三个不同的交点，

则$b>1$.

设$h(x)=\mathrm{e}^{x}+\ln x-2x$，其中$x>0$，故$h'(x)=\mathrm{e}^{x}+\dfrac{1}{x}-2$，

设$s\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}-x-1$，$x>0$，则$s'\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}-1>0$，

故$s\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上为增函数，故$s\left(x\right)>s\left(0\right)=0$即$\mathrm{e}^{x}>x+1$，

所以$h'(x)>x+\dfrac{1}{x}-1\geq 2-1>0$，所以$h(x)$在$\left(0,+\infty\right)$上为增函数，

而$h(1)=\mathrm{e}-2>0$，$h(\dfrac{1}{\mathrm{e}^{3}})=\mathrm{e}^{\frac{1}{\mathrm{e}^{3}}}-3-\dfrac{2}{\mathrm{e}^{3}}<\mathrm{e}-3-\dfrac{2}{\mathrm{e}^{3}}<0$，

故$h\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上有且只有一个零点x_0，$\dfrac{1}{\mathrm{e}^{3}}<x_0<1$且：

当$0<x<x_0$时，$h\left(x\right)<0$即$\mathrm{e}^{x}-x<x-\ln x$即$f\left(x\right)<g\left(x\right)$，

当$x>x_0$时，$h\left(x\right)>0$即$\mathrm{e}^{x}-x>x-\ln x$即$f\left(x\right)>g\left(x\right)$，

因此若存在直线$y=b$与曲线$y=f\left(x\right)$、$y=g\left(x\right)$有三个不同　交点，

故$b=f\left(x_0\right)=g\left(x_0\right)>1$，

此时$\mathrm{e}^{x}-x=b$有两个不同的零点$x_1,x_0(x_1<0<x_0)$，

此时$x-\ln x=b$有两个不同的零点$x_0,x_4(0<x_0<1<x_4)$，

故$\mathrm{e}^{x_1}-x_1=b$，$\mathrm{e}^{x_0}-x_0=b$，$x_4-\ln x_4-b=0$，$x_0-\ln x_0-b=0$

所以$x_4-b=\ln x_4$即$\mathrm{e}^{x_4-b}=x_4$即$\mathrm{e}^{x_4-b}-\left(x_4-b\right)-b=0$，

故x_4-b为方程$\mathrm{e}^{x}-x=b$的解，同理x_0-b也为方程$\mathrm{e}^{x}-x=b$的解

又$\mathrm{e}^{x_1}-x_1=b$可化为$\mathrm{e}^{x_1}=x_1+b$即$x_1-\ln\left(x_1+b\right)=0$即$\left(x_1+b\right)-\ln\left(x_1+b\right)-b=0$，

故x_1+b为方程$x-\ln x=b$的解，同理x_0+b也为方程$x-\ln x=b$的解，

所以$\left\{x_1,x_0\right\}=\left\{x_0-b,x_4-b\right\}$，而$b>1$，

故$\begin{cases} x_0 = x_4 - b \\ x_1 = x_0 - b \end{cases}$即 $x_1 + x_4 = 2x_0$.